

**Интернет-олимпиада МФТИ
при поддержке компании Яндекс
2010 год**

Второй тур

1. На гладкой горизонтальной поверхности стола находится доска массой 4 кг. На доске лежит брусок массой 1 кг. На брусок действуют с горизонтально направленной силой 3 Н. В результате доска и брусок движутся, не скользя друг по другу. Найдите силу трения между доской и бруском. Ответ выразить в ньютонах (Н).

Ответ: 2,4 Н.

Решение: По второму закону Ньютона для всей системы и для бруска

$$F = (M + m)a, \quad F - F_{\text{тр}} = ma. \quad \text{Отсюда} \quad F_{\text{тр}} = \frac{M}{M + m}F = 2,4 \text{ Н.}$$

2. В цилиндре под поршнем при температуре 100 °С и давлении 0,15 МПа находятся в равновесии влажный воздух и вода. Найдите давление влажного воздуха после медленного изотермического уменьшения объёма воздуха в 2 раза. Ответ выразить в мегапаскалях (МПа), округлив до десятых.

Ответ: 0,2 МПа.

Решение: Т.к. пар в равновесии с водой, то он насыщенный и парциальное давление паров воды при изотермическом сжатии остаётся постоянным, равным давлению насыщенных паров при 100° С: $P_{\text{нас}} \approx 10^5$ Па. Для сухого воздуха (воздуха без паров) $(P_1 - P_{\text{нас}})V = (P_2 - P_{\text{нас}})\frac{V}{2}$. Здесь V — начальный объём влажного воздуха, $P_1 = 0,15$ МПа. Отсюда конечное давление влажного воздуха $P_2 = 2P_1 - P_{\text{нас}} = 0,2$ МПа.

3. Между обкладками плоского конденсатора, заполняя всё пространство между ними, находится пластина из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 3$. Ёмкость конденсатора без диэлектрика равна $C = 2$ мкФ. Конденсатор с пластиной соединён параллельно с конденсатором ёмкостью $3C$. Конденсаторы зарядили до напряжения 40 В и отсоединили от источника. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы вытащить пластину из конденсатора? Ответ выразить в миллиджоулях (мДж), округлив до десятых.

Ответ: 4,8 мДж.

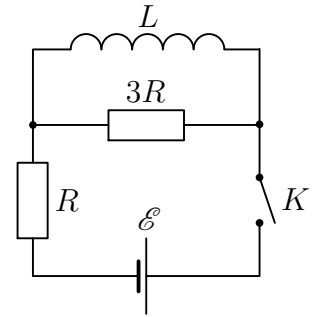
Решение: Начальная и конечная ёмкости параллельного соединения конденсаторов $C_1 = 3C + \varepsilon C = C(\varepsilon + 3)$, $C_2 = 3C + C = 4C$. Общий заряд конденсаторов остаётся неизменным и равным $q = C_1U = CU(\varepsilon + 3)$. Начальная и конечная энергии конденсаторов

$$W_1 = \frac{q^2}{2C_1} = \frac{CU^2(\varepsilon + 3)}{2}, \quad W_2 = \frac{q^2}{2C_2} = \frac{CU^2(\varepsilon + 3)^2}{8}.$$

Работа

$$A = W_2 - W_1 = \frac{CU^2(\varepsilon + 3)(\varepsilon - 1)}{8} = 4,8 \text{ мДж.}$$

4. В цепи, схема которой показана на рисунке, известно, что ЭДС идеального источника $\mathcal{E} = 24$ В, а сопротивления резисторов отличаются в 3 раза. Ключ K замыкают. Найдите напряжение на катушке индуктивности в момент, когда ток через катушку равен половине от максимального тока через неё. Ответ выразить в вольтах (В), округлив до целых.



Ответ: 9 В.

Решение: Максимальный ток через катушку будет в установившемся режиме: $I_m = \mathcal{E}/R$. Ток через катушку в искомый момент

$$I_L = \frac{\mathcal{E}}{2R}.$$

Ток через R равен сумме токов через $3R$ и катушку:

$$I_R = I_L + I_{3R}.$$

По второму правилу Кирхгофа для контура из источника и резисторов

$$I_R R + I_{3R} 3R = \mathcal{E}.$$

Из последних трёх уравнений

$$I_{3R} = \frac{\mathcal{E}}{8}.$$

Напряжение на катушке равно напряжению на $3R$:

$$U_L = U_{3R} = I_{3R} 3R = \frac{3}{8} \mathcal{E} = 9 \text{ В}.$$

5. Лампочка расположена на расстоянии 11 см от тонкой линзы с фокусным расстоянием 8 см. Изображение нити накала лампочки получено на экране. Лампочку перемещают перпендикулярно главной оптической оси линзы со скоростью 6 мм/с. С какой скоростью перемещается изображение? Ответ выразить в мм/с, округлив до целых.

Ответ: 16 мм/с.

Решение: Изображение на расстоянии от линзы

$$f = \frac{dF}{d - F}.$$

Отношение скоростей изображения нити и нити

$$\frac{v_{\text{из}}}{v} = \frac{f}{d}.$$

Тогда

$$v_{\text{из}} = \frac{f}{d} v = \frac{F}{d - F} v = 16 \frac{\text{мм}}{\text{с}}.$$