

**Интернет-олимпиада МФТИ
при поддержке компании Яндекс
2010 год**

Первый тур

1. На стороне AB треугольника ABC , длина которого $4\sqrt{3}$, отмечены точки D и E . Найдите площадь треугольника ABC , если $AD = 1$, $DE = 2$, $\angle ACD = 30^\circ$, $\angle ACE = 120^\circ$.
2. При каком наибольшем действительном x найдется y , такой, что справедливы равенства

$$x^2 + xy + 2x + y = 3, \quad xy + y^2 + 3x + y = 6.$$

3. Натуральное число N оканчивается цифрой a и является квадратом натурального числа. Также точным квадратом является число, получаемое из N приписыванием справа цифры a . Найдите число a и минимальное значение N .
4. В основании треугольной пирамиды лежит треугольник со сторонами 7, 8, 9. Высота, опущенная на это основание, равна 5. Сфера касается плоскостей всех боковых граней пирамиды в точках, лежащих на сторонах ее основания. Найдите квадрат радиуса этой сферы.
5. Сколько существует различных способов выбрать из чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 несколько (хотя бы три) так, чтобы среди выбранных не было трех подряд идущих чисел?